TD: Transformation de coordonnées

---

1 Position du problème

On utilisera les notations suivantes:

- α ascension droite. Généralement, cette quantité est exprimé en heures, minutes, secondes et il faut la convertir dans les formules en radians.
- δ déclinaison (positive dans l'hémisphère nord, négative dans l'hémisphère sud).
- α_{1950} ascension droite de l'équinoxe standard B1950.0 (voir Annexe).
- δ_{1950} déclinaison de l'équinoxe standard B1950.0.
- α_{2000} ascension droite de l'équinoxe standard J2000.0.
- δ_{2000} déclinaison de l'équinoxe standard J2000.0.
- λ longitude écliptique (ou céleste) mesuré depuis le point vernal le long de l'écliptique.
- β latitude écliptique (ou céleste) comptée positivement au nord de l'écliptique et négativement au sud.
- ℓ longitude galactique.
- b latitude galactique.
- h hauteur comptée positivement au-dessus de l'horizon, négativement au-dessous.
- A azimut, mesurée positivement vers l'ouest à partir du sud (contrairement à la convention des navigateurs).
- ε obliquité de l'écliptique; c'est l'angle entre le plan de l'écliptique et l'équateur céleste. Pour J2000.0: $\varepsilon_{2000} = 23°26'21''.448 = 23°.439\ 2911$; pour B1950.0: $\varepsilon_{1950} = 23°.445\ 7889$
- φ latitude à laquelle se trouve l'observateur; compté positivement dans l'hémisphère nord, négativement dans l'hémisphère sud.
- L longitude à laquelle se trouve l'observateur.
- H angle horaire local, mesuré vers l'ouest à partir du sud.

Si θ est le temps sidéral local et θ_0 le temps sidéral à Greenwich (voir TD: temps sidéral), alors on a: $H = \theta - \alpha$ ou $H = \theta_0 - L - \alpha$

Pour transformer les coordonnées équatoriales en coordonnées écliptiques, on a les relations:

$$\begin{cases} \tan\lambda = \frac{\sin\alpha.\cos\varepsilon + \tan\delta.\sin\varepsilon}{\cos\alpha} \\ \sin\beta = \sin\delta.\cos\varepsilon - \cos\delta.\sin\varepsilon.\sin\alpha \end{cases}$$

Réciproquement, pour transformer les coordonnées écliptiques en coordonnées équatoriales, on a les relations:

$$\begin{cases} \tan\alpha = \frac{\sin\lambda.\cos\varepsilon - \tan\beta.\sin\varepsilon}{\cos\lambda} \\ \sin\delta = \sin\beta.\cos\varepsilon + \cos\beta.\sin\varepsilon.\sin\lambda \end{cases}$$

Calcul des coordonnées locales (ou horizontales):

$$\begin{cases} \tan A = \frac{\sin H}{\cos H.\sin\varphi - \tan\delta.\cos\varphi} \\ \sin h = \sin\varphi.\sin\delta + \cos\varphi.\cos\delta.\cos H \end{cases}$$

Transformation des coordonnées locales (ou horizontales) en coordonnées équatoriales:

$$\begin{cases} \tan H = \frac{\sin A}{\cos A.\sin\varphi + \tan h.\cos\varphi} \\ \sin\delta = \sin\varphi.\sin h - \cos\varphi.\cos h.\cos A \end{cases}$$

Conventionnellement, on fixe les coordonnées du pôle nord galactique dans le système équatorial standard B1950.0 par: $\alpha_{1950} = 12^h49^m = 192°.25$ et $\delta_{1950} = +27°.4$ et l'origine des longitudes galactiques est le point de l'équateur galactique qui est à 33° du nœud ascendant$^\diamond$ de l'équateur galactique (avec l'équateur de B1950.0).
Transformation des coordonnées équatoriales en coordonnées galactiques:

$$\begin{cases} \tan x = \frac{\sin(192°.25 - \alpha)}{\cos(192°.25 - \alpha).\sin 27°.4 - \tan\delta.\cos 27°.4} \\ \ell = 303° - x \\ \sin b = \sin\delta.\sin 27°.4 + \cos\delta.\cos 27°.4.\cos(192°.25 - \alpha) \end{cases}$$

Transformation des coordonnées galactiques en coordonnées équatoriales:

$$\begin{cases} \tan y = \frac{\sin(\ell - 123°)}{\cos(\ell - 123°).\sin 27°.4 - \tan b.\cos 27°.4} \\ \alpha = y + 12°.25 \\ \sin\delta = \sin b.\sin 27°.4 + \cos b.\cos 27°.4.\cos(\ell - 123°) \end{cases}$$

$^\diamond$ qui coupe le plan dans le sens S→N

Remarque importante: dans les équations ci-dessus qui donnent $\tan\lambda$, $\tan\alpha$,... les angles λ,α,... sont obtenus à 180° près car la fonction Arctan conduit à un résultat dans l'intervalle $[-90°, +90°]$. Il est donc nécessaire, lorsque l'on calcule $x = \text{Arctan}(\frac{A}{B})$, d'ajouter 180° au résultat si $B < 0$.

1. Calculer les coordonnées écliptiques (λ et β) de l'étoile Pollux dont les coordonnées équatoriales sont: $\alpha = 116°.328942$, $\delta = +28°.026183$. (On prendra $\varepsilon = 23°.4392911$).
   Vérifier ces résultats en recalculant α et β à partir de λ et β.

2. Calculer l'azimut et la hauteur de Venus le 10 Avril 1987 à $19^h21^m00^s$ UT à l'observatoire national U.S. à Washington DC (longitude $L = +77°03'56'' = +5^h08^m15^s.7$, latitude $\varphi = +38°55'17''$). On donne les coordonnées équatoriales de la planète: $\alpha = 23^h09^m16^s.641$ et $\delta = -6°43'11''.61$.
   Pour cela, calculer θ_0 à l'heure et à la date indiquée; calculer l'angle horaire de Venus à Washington; en déduire A et h. On montrera que Venus se trouve à 15° au-dessus de l'horizon, direction SO-O.

2 Code avec Mathematica

Temps sidéral

JD

```
In[1]:= JD[J_,M_,Y_]:=( DD=J;MM=M;YY=Y; If[MM<3, YY=YY-1;MM=MM+12]; A=Floor[YY/100];
B=2-A+Floor[A/4]; JulianDay=Floor[365.25 (YY+4716)]+Floor[30.6001 (MM+1)]+DD+B-1524.5;
If[JulianDay<2299160.5,JulianDay-=B]; N[JulianDay,16])
```

Conversions

```
In[2]:= DegreToHMS[angle_]:=( angle2=Mod[angle,360]; heure=Floor[angle2/15];
reste1=Mod[angle2,15]; minute=Floor[reste1 60/15]; reste2=Mod[reste1,15/60];
seconde=reste2 3600/15; {heure,minute,seconde})

In[3]:= HMSToDegre[H_,M_,S_]:=N[(H+M/60+S/3600) 15];

In[4]:= DMSToDegre[D_,M_,S_]:=( DD=D;MM=Abs[M];SS=Abs[S]; If[DD<0,MM=-MM;SS=-SS];
N[DD+MM/60+SS/3600])
```

Temps sidéral UT

```
In[5]:= Theta0[J_,M_,Y_]:=( T=(JD[J,M,Y]-2451545.0)/36525;
100.46061837+36000.770053608 T+0.000387933 T^2-T^3/38710000)

In[6]:= theta0[H_,Mi_,S_,J_,M_,Y_]:=( ref=Theta0[J,M,Y];
correction=HMSToDegre[H,Mi,S] 1.00273790935; ref+correction)
```

Transformations

```
In[7]:= theta0ToH[theta0_,L_,alpha_]:=theta0-L-alpha;
CalculLambda[alpha_,delta_,epsilon_]:=(
    Num=Sin[alpha] Cos[epsilon]+Tan[delta] Sin[epsilon]; Den=Cos[alpha];
    res=N[ArcTan[Num/Den]/Degree]; If[Den<0,res+=180];res)
CalculBeta[alpha_,delta_,epsilon_]:=(
    N[ArcSin[Sin[delta] Cos[epsilon] - Cos[delta] Sin[epsilon] Sin[alpha]]/Degree])
CalculAlpha[beta_,lambda_,epsilon_]:=(
    Num=Sin[lambda] Cos[epsilon] - Tan[beta] Sin[epsilon]; Den=Cos[lambda];
    res=N[ArcTan[Num/Den]/Degree]; If[Den<0,res+=180];res)
CalculDelta[beta_,lambda_,epsilon_]:=(
    N[ArcSin[Sin[beta] Cos[epsilon] + Cos[beta] Sin[epsilon] Sin[lambda]]/Degree])
```

```
CalculA[phi_,delta_,H_]:=( Num=Sin[H]; Den=Cos[H] Sin[phi] - Tan[delta] Cos[phi];
    res=N[ArcTan[Num/Den]/Degree]; If[Den<0,res+=180];res)
Calculh[phi_,delta_,H_]:=(
    N[ArcSin[Sin[phi] Sin[delta] + Cos[phi] Cos[delta] Cos[H]]/Degree])
CalculH[phi_,h_,A_]:=( Num=Sin[A]; Den=Cos[A] Sin[phi]+Tan[h] Cos[phi];
    res=N[ArcTan[Num/Den]/Degree]; If[Den<0,res+=180];res)
CalculDelta[phi_,h_,A_]:=( N[ArcSin[Sin[phi] Sin[h] - Cos[phi] Cos[h] Cos[A]]/Degree]);
```

Exemple 1

```
In[16]:= alpha=N[116.328942 Degree];delta=N[28.026183 Degree];
epsilon=N[23.4392911 Degree]; lambda=CalculLambda[alpha,delta,epsilon]

Out[17]= 113.216

In[18]:= beta=CalculBeta[alpha,delta,epsilon]

Out[18]= 6.68417

In[19]:= CalculAlpha[N[beta Degree],N[lambda Degree],epsilon]

Out[19]= 116.329

In[20]:= CalculDelta[N[beta Degree],N[lambda Degree],epsilon]

Out[20]= 28.0262

In[21]:= alpha=.;delta=.;epsilon=.;lambda=.;beta=.;
```

Exemple 2

```
In[22]:= L=DMSToDegre[77,03,56]; alpha=HMSToDegre[23,09,16.641];
TempsSideral0=theta0[19,21,00,10,4,1987]; DegreToHMS[TempsSideral0]

Out[25]= {8, 34, 57.0896}

In[26]:= delta=DMSToDegre[-6,43,11.61]; phi=DMSToDegre[38,55,17];
H=Mod[theta0ToH[TempsSideral0,L,alpha],360];
CalculA[N[phi Degree],N[delta Degree],N[H Degree]]

Out[29]= 68.0343

In[30]:= Calculh[N[phi Degree],N[delta Degree],N[H Degree]]

Out[30]= 15.1243
```

3 Code avec Python

```
# -*- coding: utf-8 -*-
```

4 Annexe

Depuis 1984, on utilise les notations suivantes. La nouvelle époque standard est le 1 Janvier 2000 à 12^h TD, qui correspond à JDE 2 451 545.0. Cette époque est désignée par J2000.0. Pour calculer les positions des étoiles, le début d'une année diffère de l'époque standard J2000.0 d'un multiple entier d'une année julienne (365,25 jours). Par exemple, l'époque J1986.0 est $14 \times 365,25$ jours avant J2000.0, et donc le JDE correspond à $2\ 451\ 545.0 - 14 \times 365,25 = 2\ 446\ 431.50$.

La lettre J, dans des notations comme J2000.0 ou J1986.0, indique que l'unité de temps (pour les catalogues d'étoiles) est l'année julienne. Auparavant, les catalogues donnant les positions des étoiles utilisaient comme époque standard le début d'une année de Bessel. La longueur de l'année de Bessel, qui est égale à la durée de l'année tropique (entre deux équinoxes de printemps), était de 365,2421988 jours après J.-C.
Pour distinguer une ancienne époque, basée sur une année de Bessel, du nouveau système, on utilise la lettre B. Par exemple:

B1900.0	= JDE 2415020.3135	$= 0,8135$ Janvier 1990
B1950.0	= JDE 2433282.4235	= 0.9235 Janvier 1950
mais		
J2000.0	= JDE 2451545.00	exactement
J2050.0	= JDE 2469807.50	exactement

et ainsi de suite. La notation .0 après une année (comme dans 1986.0 ou 2000.0) signifie que l'on désigne le début de l'année.